

Corneliu Eugen Sterian

Antoanela Alecu

Universitatea POLITEHNICA București
Facultatea de Transporturi
Telecomenzi și Electronică în Transporturi

**TEORIA INFORMAȚIEI
ȘI A CODĂRII**

**CARTEA UNIVERSITARĂ
București 2005**

CUPRINS

Prefață

1	Probabilitate, variabile aleatoare și procese stochastice	1
1.1	Scurt istoric al teoriei probabilității	1
1.2	Ce înțelegem prin probabilitate	2
1.3	Definiția probabilității	4
1.4	Clasa F a evenimentelor	7
1.5	Definiția axiomatică a unui experiment	8
1.6	Dreapta reală	9
1.7	Evenimente comune și probabilități comune	11
1.8	Probabilități condiționate	12
1.9	Conceptul de variabilă aleatoare	15
1.10	Funcții de o variabilă aleatoare	21
1.11	Medii statistice ale variabilelor aleatoare	23
1.12	Funcții caracteristice	25
1.13	Distribuții de probabilitate	26
1.14	Inegalitatea lui Cebîșev	35
1.15	Marginea Chernoff	37
1.16	Sume de variabile aleatoare	39
1.17	Teorema limită centrală	42
1.18	Procese stochastice	44
1.19	Procese ergodice	48
2	Entropie și informație	50
2.1	Surse de informație	50
2.2	Entropie	52
2.3	Entropie comună și entropie condiționată	54
2.4	Entropie relativă și informație mutuală	61
2.5	Inegalitatea lui Jensen	64
2.6	Entropie diferențială	67
2.7	Relația dintre entropia diferențială și entropia discretă	69
2.8	Entropie diferențială comună și condiționată	71
2.9	Entropie relativă și informație mutuală pentru variabile aleatoare de tip continuu	71
2.10	Lanțuri Markov	72
3	Codarea sursă	75
3.1	Cuvinte de cod de lungime fixă	75

	3.2	Cuvinte de cod de lungime variabilă	80	
	3.3	Coduri Huffman	85	
	3.4	Algoritmul de codare Lempel-Ziv	90	
4		Transmisiunea digitală a informației		93
	4.1	Canale de comunicație	93	
	4.2	Imperfecțiunile canalelor de comunicație	96	
	4.3	Coduri de linie	100	
	4.4	Tipuri de modulație	104	
5		Capacitatea canalelor de comunicație		116
	5.1	Modele de canal	117	
	5.2	Capacitatea canalului	122	
	5.3	Sistem de transmisiune ideal	126	
6		Coduri bloc		129
	6.1	Coduri bloc	129	
	6.2	Coduri bloc liniare	131	
	6.3	Structura trellis a codurilor bloc liniare	136	
	6.4	Sindromul și detecția erorilor	140	
	6.5	Distanța minimă a unui cod bloc	143	
	6.6	Capacitatea unui cod bloc liniar de detecție și de corecție a erorilor	145	
	6.7	Tabloul standard și decodarea cu ajutorul sindromului	148	
	6.8	Decodarea suplă a codurilor bloc	155	
	6.9	Modificări ale unui cod liniar	163	
7		Coduri ciclice		165
	7.1	Descrierea codurilor ciclice	165	
	7.2	Matricele generatoare și de control ale codurilor ciclice	174	
	7.3	Codarea codurilor ciclice	180	
	7.4	Calculul sindromului și detecția erorilor	184	
	7.5	Decodarea codurilor ciclice	188	
	7.6	Decodarea codurilor ciclice prin metoda capcanei	195	
8		Coduri bloc particulare		200
	8.1	Corpul Galois $CG(2^m)$	200	
	8.2	Coduri Hamming	214	

8.3	Coduri Reed-Muller	216	
8.4	Coduri BCH	221	
8.5	Coduri Reed-Solomon	231	
9	Coduri convoluționale		233
9.1	Codarea codurilor convoluționale	233	
9.2	Reprezentarea în domeniul transformatei D	238	
9.3	Forma sistematică a unui cod convoluțional	240	
9.4	Matricea de control	246	
9.5	Coduri catastrofale	246	
9.6	Diagrama de stare	248	
9.7	Diagrama trellis	250	
9.8	Distribuția de pondere a codurilor convoluționale	251	
9.9	Coduri convoluționale puncturate	256	
9.10	Algoritmul Viterbi	258	
	Bibliografie		266

PREFAȚĂ

Teoria informației și a codării este considerată o ramură a matematicilor aplicate. Fundată în anul 1948 de Claude Elwood Shannon prin cele două studii de imens răsunet pe care le-a publicat în revista laboratoarelor Bell, este astăzi o știință puternică, de mare întindere, ce continuă să se dezvolte cu aceeași vigoare. La această expansiune contribuie desigur și generozitatea cu care susține prin rezultatele ei dezvoltarea altor numeroase științe, de la teoria sistemelor de comunicație și teoria sistemelor inteligente de transport până la filologie și lingvistică, trecând prin biologie, medicină, sociologie și atâtea altele.

Această carte este suportul de curs ce se predă studenților din anul II de la facultatea de transporturi, secția de telecomenzi și electronică în transporturi. Desigur, nu este decât o introducere în teoria informației și a codării. Autorii s-au străduit să prezinte ideile fundamentale și cunoștințele esențiale cât mai clar, punând astfel cât mai solid bazele pe care studenții, viitori ingineri, vor putea continua să construiască, după aspirațiile și necesitățile profesionale.

Capitolul 1 este o scurtă introducere în teoria probabilității, absolut necesară având în vedere că studenții de la facultatea de transporturi nu au prilejul să o învețe la cursurile de matematică din programa de studiu.

Capitolul 2 introduce noțiunile fundamentale de entropie și de informație în sens matematic. Este, de asemenea, definit un proces Markov.

Capitolul 3 este dedicat codării sursă. Se prezintă teoremele fundamentale ale codării sursă, inegalitatea lui Kraft-McMillan și principiul codării entropice. Dintre codurile cu lungime variabilă a cuvintelor de cod, este descris doar codul Huffman, ca fiind cel mai performant. În încheiere, se descrie o variantă a importantului algoritm de codare Lempel-Ziv.

Capitolul 4 este o scurtă introducere în tehnicile de transmisiune digitală a informației. Scopul acestui capitol este de a permite studentului să-și facă o idee clară despre cauzele erorilor ce inevitabil apar în procesul transmisiunii digitale a informației pe orice canal de comunicație și de a deveni astfel conștient de necesitatea utilizării codurilor detectoare și corectoare de erori.

Capitolul 5 descrie câteva tehnici elementare de modelare matematică a canalelor de comunicație și definește capacitatea unui canal cu ajutorul informației mutuale între intrare și ieșire.

Capitolul 6 este o introducere substanțială în teoria codurilor bloc liniare. În afară de teoria clasică a codării și decodării algebrice, se prezintă și elemente recent intrate în patrimoniul teoretic, cum sunt structura trellis și decodarea suplă a codurilor bloc liniare.

Capitolul 7 dezvoltă teoria codurilor ciclice, care sunt o subclasă importantă a codurilor bloc liniare.

Capitolul 8 este rezervat unor coduri particulare a căror importanță deosebită a fost demonstrată de trecerea timpului: codurile Hamming, codurile Reed-Muller și codurile BCH. Sunt, de asemenea, definite codurile Reed-Solomon, deosebit de importante în practică, în special în calitate de coduri exterioare în codurile concatenate.

În sfârșit, capitolul 9 este dedicat codurilor convoluționale, a căror importanță nu este mai mică decât cea a codurilor bloc. Din diversele metode de decodare cunoscute, este prezentată singura optimală, bazată pe aplicarea algoritmului Viterbi.

Bibliografia este selectivă și facultativă. Ea poate fi neîndoiește utilă celor care vor resimți nevoia de a afla mai mult decât poate oferi acest curs introductiv.